

А.В. ФИСУН, м.н.с., Институт ионосферы, Харьков;

Т.А. СКВОРЦОВ, д-р техн. наук, с.н.с., Институт ионосферы, Харьков

ОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ЭФФЕКТА ФАРАДЕЯ В ЛИНЕЙНОМ ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ БАЗИСЕ ПРИ ЧАСТИЧНО ПОЛЯРИЗОВАННОМ СИГНАЛЕ

Синтезирован алгоритм оптимальной оценки эффекта Фарадея при наблюдении частично поляризованного сигнала в линейном поляризационном базисе. Сигнал наблюдается на выходах радиоприемных устройств, подключенных непосредственно к ортогональным вибраторам антенны.

Ключевые слова: эффект Фарадея, поляризационный базис, разность фаз, деполаризация, корреляционная матрица, функция правдоподобия.

Синтезовано алгоритм оптимальної оцінки ефекту Фарадея при спостереженні частково поляризованого сигналу в лінійному поляризацийному базисі. Спостереження сигналу ведеться на виходах радіоприймальних пристроїв, підключених безпосередньо до ортогональних вібраторів антени.

Ключові слова: ефект Фарадея, поляризацийний базис, різниця фаз, деполаризація, кореляційна матриця, функція правдоподібності.

An optimal algorithm for estimation of Faraday Effect observing a partially polarized signal in linear polarization basis is synthesized. A signal is observing at the outputs of the radio receivers that are connected directly to the orthogonal vibrators antenna.

Keywords: Faraday rotation, polarization base, phase shift, depolarization, correlation matrix, plausibility function.

Введение. В различных приложениях радиотехники встречаются ситуации, когда полезная информация содержится в поляризационных параметрах принимаемой волны. В частности, изменение наклона поляризационного эллипса в ионосфере вследствие эффекта Фарадея содержит информацию о концентрации электронов [1].

Измерение поляризационных параметров усложняется, если волна является частично поляризованной. В частности, деполаризация сигнала наблюдается при зондировании ионосферы методом некогерентного рассеяния длинными импульсами.

В работах [2, 3] приведен алгоритм оптимальной оценки разности фаз обыкновенной и необыкновенной волн при частично поляризованном сигнале при наблюдении сигнала в круговом поляризационном базисе (что равносильно измерению эффекта Фарадея).

Однако для наблюдения в круговом базисе необходимо подключить ортогональные вибраторы к приемникам через волноводный мост. При этом качество оценки зависит от качества развязки плеч моста. В частности, в

© А.В. Фисун, Т.А. Скворцов, 2013

работе [4] указывается, что погрешности развязки плеч моста являются одной из главных причин ошибок измерения указанной разности фаз.

Поэтому актуальной является задача разработки алгоритма оценки эффекта Фарадея при наблюдении в линейном поляризационном базисе, то есть при подключении приемников непосредственно к ортогональным вибраторам. При этом целесообразно провести математический синтез оптимального алгоритма по критерию максимального правдоподобия.

Целью статьи является синтез оптимального алгоритма оценки эффекта Фарадея при частично поляризованном сигнале.

Синтез оценки угла наклона поляризационного эллипса. При частично поляризованном сигнале сигналы на выходе приемников, подключенных к ортогональным вибраторам, имеют вид

$$\begin{aligned} s_1(t) &= U(t)\cos[\omega t + u(t) + \Phi] + V(t)\cos[\omega t + v(t) - \Phi], \\ s_2(t) &= -U(t)\sin[\omega t + u(t) + \Phi] + V(t)\sin[\omega t + v(t) - \Phi], \end{aligned} \quad (1)$$

где U , V , u , v – случайные амплитуды и фазы составляющих с круговой поляризацией, Φ – постоянное во времени среднее смещение по фазе, определяющее средний угол наклона поляризационного эллипса.

При приеме из сигналов (1) формируются в квадратурные составляющие, которые дискретизируются во времени так, что наблюдаемые процессы имеют вид

$$\begin{aligned} y_{1k} &= s_{1k} + n_{1k}, \\ y_{2k} &= s_{2k} + n_{2k}, \\ y_{3k} &= s_{1k} + n_{3k}, \\ y_{4k} &= s_{2k} + n_{4k}, \end{aligned} \quad (2)$$

где сигналы имеют вид

$$\begin{aligned} s_{1k} &= s_1 \cos \omega t = 0.5 \{ U_k \cos(u_k + \Phi_i) + V_k \cos(v_k - \Phi_i) \}, \\ s_{2k} &= s_2 \cos \omega t = 0.5 \{ -U_k \cos(u_k + \Phi_i) + V_k \sin(v_k - \Phi_i) \}, \\ s_{3k} &= s_1 \sin \omega t = -0.5 \{ U_k \cos(u_k + \Phi_i) + V_k \sin(v_k - \Phi_i) \}, \\ s_{4k} &= s_2 \sin \omega t = 0.5 \{ -U_k \cos(u_k + \Phi_i) + V_k \cos(v_k - \Phi_i) \}, \end{aligned} \quad (3)$$

n_{1k} , n_{2k} , n_{3k} , n_{4k} – некоррелированные во времени и между собою шумы приемников.

Полагаем, что дискретизация производится в соответствии с теоремой Котельникова так, что отсчеты сигналов (3) также взаимно некоррелированы во времени. Кроме того полагаем, что процессы (2)

являются нормальными. Тогда логарифм функции правдоподобия (ЛФП) вектора $Y_k = \{y_{1k}, y_{2k}, y_{3k}, y_{4k}\}$ имеет вид

$$L_k = -2 \ln(2\pi) - 2 \ln(\det R) - \frac{1}{2} Y_k R^{-1} Y_k^T, \quad (4)$$

а ЛФП выборки для M моментов времени

$$L = \sum_{k=1}^M L_k. \quad (5)$$

Вычисляя корреляционную матрицу R вектора Y_k на основании (2), (3), получим

$$R = \begin{bmatrix} A & -C & 0 & -D \\ -C & B & D & 0 \\ 0 & D & A & -C \\ -D & 0 & -C & B \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где $A = 0.25P(1 + \rho \cos 2\Phi) + 0.5P_1$,

$B = 0.25P(1 - \rho \cos 2\Phi) + 0.5P_2$,

$C = 0.25P\rho \sin(2\Phi)$,

$D = 0.25mP$,

$P = P_+ + P_-$ – средняя мощность сигнала, P_+ и P_- – средние мощности компонент с круговой поляризацией, $m = \frac{P_+ - P_-}{P}$, P_1 и P_2 – мощности шумов

приемников, $\rho = \frac{\langle UV \rangle [\cos(u-v)]}{2\sqrt{P_+ P_-}}$ – нормированная взаимная корреляционная

функция компонент с круговой поляризацией.

Обращая матрицу (6), получим

$$R^{-1} = \frac{\alpha}{\sqrt{\det R}}, \quad (7)$$

$$\text{где } \alpha = \begin{vmatrix} B & C & 0 & D \\ C & A & -D & 0 \\ 0 & -D & B & C \\ D & 0 & C & A \end{vmatrix}, \det R = (AB - C^2 - D^2)^2,$$

$$\sqrt{\det R} = \left(\frac{P}{4}\right)^2 (1 - \rho^2 - m^2) + \frac{PP_1}{8} (1 - \rho \cos 2\Phi) + \frac{PP_2}{8} (1 + \rho \cos 2\Phi).$$

При одинаковых шумах приемников ($P_1 = P_2$) величина

$$\sqrt{\det R} = \left(\frac{P}{4}\right)^2 (1 - \rho^2 - m^2) + \frac{PP_1}{4}$$

не зависит от параметра Φ . Тогда для

нахождения оценки следует минимизировать величину

$$L_1 = \sum_{k=1}^M Y_k \alpha Y_k^T. \quad (8)$$

Приравнявая производную (8) по параметру Φ нулю, получим

$$\frac{\partial L_1}{\partial \Phi} = \sum_{k=1}^M Y_k \frac{\partial \alpha}{\partial \Phi} Y_k^T = 0. \quad (9)$$

После подстановки производных и раскрытия матричного произведения получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_1}{\partial \Phi} = & \sin 2\Phi \left[\sum_{k=1}^M (y_{1k}^2 + y_{3k}^2) - \sum_{k=1}^M (y_{2k}^2 + y_{4k}^2) \right] + \\ & + 2 \cos 2\Phi \sum_{k=1}^M (y_{1k} y_{2k} + y_{3k} y_{4k}), \end{aligned} \quad (10)$$

откуда получаем оценку максимального правдоподобия

$$\hat{\Phi} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2 \sum_{k=1}^M (y_{1k} y_{2k} + y_{3k} y_{4k})}{\sum_{k=1}^M (y_{1k}^2 + y_{3k}^2) - \sum_{k=1}^M (y_{2k}^2 + y_{4k}^2)}. \quad (11)$$

Выводы. В статье получен оптимальный по критерию максимального правдоподобия алгоритм измерения угла поворота наклона поляризационного эллипса частично поляризованного сигнала. Алгоритм, в частности, может быть использован при измерении концентрации электронов в ионосфере методом некогерентного рассеяния.

Список литературы: 1. Григоренко Е.И. Исследования ионосферы по наблюдениям эффекта Фарадея при некогерентном рассеянии радиоволн / Е.И. Григоренко // Ионосферные исследования. – 1979. – № 27 – С. 60-73. 2. Ткачев Г.Н. Измерение разности фаз между флуктуирующими сигналами, принятыми на ортогонально поляризованные антенны / Г.Н. Ткачев, Т.А. Скворцов, В.Д. Карлов // Радиотехника. Республиканский межведомственный научно-технический сборник. – 1982. – Вып. 60. – С. 57-67. 3. Карлов В.Д. Оценка точности измерения угла фарадеевского вращения плоскости поляризации некогерентно рассеянного сигнала при использовании двухканального фазоизмерителя / Карлов В.Д., Корняков С.А., Карлов Д.В., Ефимова О.В. // Системи управління, навігації і зв'язку. – 2010. – № 2(14). – С. 51-53. 4. Эванс Дж.В. Теоретические и практические вопросы исследования ионосферы методом некогерентного рассеяния радиоволн / Дж.В. Эванс // ТИИЭР. – 1969. – Т. 57, № 4. – С. 139-175.

Поступила в редколлегию 29.03.2013